

## Exemples importants d'algorithmes.

---

<b>I. Manipulation de listes et de chaînes de caractères</b> .....	2
1/ Recherche d'un élément .....	2
2/ Calculs à partir d'une liste ou d'une chaîne de caractères. ....	2
3/ Liste et statistique .....	2
<b>II. Arithmétique et informatique.</b> .....	3
1/ Autour des nombres premiers. ....	3
2/ Division euclidienne et pgcd. ....	3
3/ Avec des polynômes.....	3
<b>III. Analyse numérique.</b> .....	3
1/ Détermination du $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite récurrente. ....	3
2/ Résolution numérique de $f(x)=0$ par dichotomie et par Newton. ....	4
3/ Calcul approché d'intégrales. ....	5
4/ Recherche d'une solution approchée d'une équation différentielle.....	5
<b>IV. Pivot de Gauss.</b> .....	5
1/ Échelonner et Réduire une matrice. ....	5
2/ Inversion de matrices. ....	5
3/ Systèmes linéaires. ....	5

## Exemples importants d'algorithmes.

---

### I. Manipulation de listes et de chaînes de caractères

#### *1.1/ Recherche d'un élément*

**Exercice.**<sup>[1]</sup> Écrire une fonction qui recherche un élément dans une liste et retourne sa position. Si l'élément ne s'y trouve pas, la fonction devra retourner -1.

**Exercice.**<sup>[2]</sup> Écrire une fonction qui recherche un élément dans une liste **triée** et retourne sa position. La recherche devra se faire par dichotomie et la fonction devra retourner -1 si l'élément n'est pas dans la liste.

**Exercice.**<sup>[3]</sup> Écrire une fonction qui recherche le plus grand élément dans une liste, puis une fonction qui recherche le plus petit élément.

**Exercice.**<sup>[4]</sup> Écrire une fonction qui recherche un mot dans une chaîne de caractère et retourne sa position si le mot s'y trouve et -1 sinon.

#### *1.2/ Calculs à partir d'une liste ou d'une chaîne de caractères.*

**Exercice.**<sup>[5]</sup> Écrire une fonction qui donne la somme des éléments d'une liste, puis une fonction qui donne le produit.

**Exercice.**<sup>[6]</sup> Écrire une fonction qui recherche la fréquence d'apparition d'une lettre dans un mot.

#### *1.3/ Liste et statistique*

**Exercice.**<sup>[7]</sup> Écrire une fonction qui recherche la moyenne et l'écart type des éléments d'une liste.

---

## II. Arithmétique et informatique.

### II.1/ Autour des nombres premiers.

**Exercice.**<sup>[8]</sup> Écrire une fonction qui détermine si un nombre entier est premier ou non.

**Exercice.**<sup>[9]</sup> Écrire une fonction qui donne la liste des nombres premiers inférieurs à une certaine valeur à l'aide de l'algorithme d'Eratosthène.

### II.2/ Division euclidienne et pgcd.

**Exercice.**<sup>[10]</sup> Écrire une fonction qui effectue la division euclidienne d'un nombre  $a$  positif par un nombre  $b$  strictement positif.

**Exercice.**<sup>[11]</sup> Écrire une fonction qui détermine le pgcd de deux nombres entiers à l'aide de l'algorithme d'Euclide, puis une fonction qui détermine également les coefficients de Bezout.

### II.3/ Avec des polynômes.

Dans les exercices suivant, les polynômes seront codés par la liste de leurs coefficients. Le  $n^{\text{ième}}$  élément de la liste étant le coefficient de  $X^n$ .

**Exercice.**<sup>[12]</sup> Écrire une fonction qui donne l'image d'un réel par un polynôme.

**Exercice.**<sup>[13]</sup> Écrire une fonction qui effectue le produit de 2 polynômes.

**Exercice.**<sup>[14]</sup> Écrire une fonction qui factorise un polynôme par  $X - a$  où  $a$  est une racine évidente à l'aide de l'algorithme d'Hörner.

---

## III. Analyse numérique.

### III.1/ Détermination du $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite récurrente.

**Exercice.**<sup>[15]</sup> On définit la suite  $(u_n)$  par  $u_0 = 2$  et :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2} \left( u_n + \frac{2}{u_n} \right)$$

Écrire une fonction permettant de déterminer le  $n^{\text{ième}}$  terme de cette suite.

**Exercice.**<sup>[16]</sup> On définit la suite  $(F_n)$  par  $F_0 = 1, F_1 = 1$  et :

$$\forall n \in \mathbb{N}, F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$$

Écrire une fonction permettant de déterminer le  $n^{\text{ième}}$  terme de cette suite.

**Exercice.**<sup>[17]</sup> On définit les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  par  $u_0 = 1, v_0 = 2$  et :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 3v_n \\ v_{n+1} = -u_n + 2v_n \end{cases}$$

Écrire une fonction permettant de déterminer le  $n^{\text{ième}}$  terme de cette suite.

### III.2/ Résolution numérique de $f(x)=0$ par dichotomie et par Newton.

**Exercice.**<sup>[18]</sup> Écrire une fonction qui détermine la valeur approchée de l'équation  $f(x) = 0$  par dichotomie.

**Exercice.**<sup>[19]</sup> Écrire une fonction qui détermine la valeur approchée de l'équation  $f(x) = 0$  à l'aide de la méthode de Newton.

### III.3/ Calcul approché d'intégrales.

**Exercice.**<sup>[20]</sup> Écrire une fonction qui détermine la valeur approchée de  $\int_a^b f$  à l'aide de la méthode des rectangles à gauche, puis à droite, puis médian.

**Exercice.**<sup>[21]</sup> Écrire une fonction qui détermine la valeur approchée de  $\int_a^b f$  à l'aide de la méthode des trapèzes.

### III.4/ Recherche d'une solution approchée d'une équation différentielle.

**Exercice.**<sup>[22]</sup> Écrire une fonction qui détermine la valeur approchée d'une équation différentielle résolue passant par un point à l'aide de la méthode d'Euler (explicite).

---

## IV. Pivot de Gauss.

### IV.1/ Échelonner et Réduire une matrice.

Dans les algorithmes suivants les matrices seront représentées pas la liste de leur ligne.

**Exercice.**<sup>[23]</sup> Écrire trois fonctions qui réalisent les opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice :  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ ,  $L_i \leftarrow \lambda L_i$  et  $L_i \leftrightarrow L_j$ ,

**Exercice.**<sup>[24]</sup> Écrire une fonction qui échelonne une matrice, puis une qui réduit une matrice.

### IV.2/ Inversion de matrices.

**Exercice.**<sup>[25]</sup> Écrire une fonction qui détermine si une matrice est inversible, et renvoie son inverse s'il existe.

**Exercice.**<sup>[26]</sup> Écrire une fonction qui détermine le déterminant d'une matrice.

### IV.3/ Systèmes linéaires.

**Exercice.**<sup>[27]</sup> Écrire une fonction qui détermine les solutions d'un système linéaire.